

Mejorar  
la representación  
de la tarea

# Los metamodelos de Fernández Bravo

R.Vázquez, 2014



# Metamodelos y modelos de situaciones problemáticas

José Antonio Fernández Bravo

Modelos para resolver problemas matemáticos.

Edelvives 2014.



Texto completo de la investigación que se cita a continuación en:

El desarrollo de competencias matemáticas a través de modelos de situaciones problemáticas.

JOSÉ ANTONIO FERNÁNDEZ BRAVO y JUAN JESÚS BARBARÁN SÁNCHEZ

<http://www.ugr.es/~barbaran/Descargas/Art%C3%ADculo%20publicado.pdf>

Las investigaciones de F. Bravo y Barbarán realizadas sobre los efectos de la invención de problemas en el aprendizaje de la matemática, llegaron a estas conclusiones:

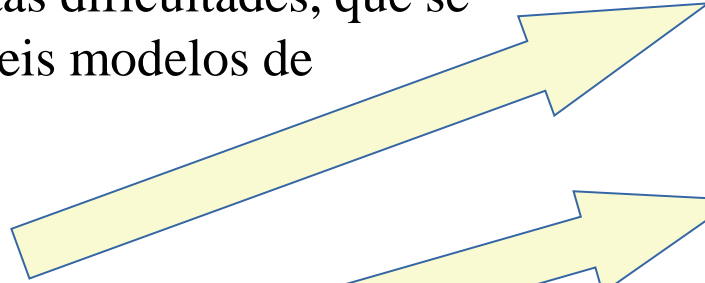
- La invención y reconstrucción de problemas favorece el rendimiento de los alumnos en la adquisición de técnicas y estrategias para la resolución de problemas matemáticos.
- Aparece una emoción positiva en los alumnos de Educación Primaria y el gusto por la tarea de resolver problemas
- Las situaciones que se presentan de forma incompleta favorecen el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos; el alumno hace uso de procesos metacognitivos y es consciente de las relaciones que intervienen en su resolución.
- La invención de situaciones problemáticas permite al alumno descubrir el error y reconocerlo para evitarlo en la construcción de nuevos conocimientos.

A partir de una clasificación de Ben-Zeev y Watson y Chick en 2001 detectan seis grandes causas –en las que se podían agrupar las dificultades encontradas–, que podían explicar acciones perturbadoras para la resolución de problemas matemáticos:

- falta de razonamiento y creatividad para generar ideas;
- falta de comprensión de la relación entre la pregunta y el enunciado;
- falta de explicación entre la respuesta obtenida y la pregunta formulada;
- falta de autocorrección y metacognición;
- falta de análisis y síntesis;
- falta de relación entre situaciones de la vida real y el conocimiento matemático.

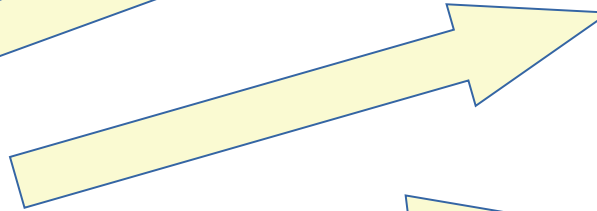
A partir de ahí desarrollan 49 modelos de situaciones encaminadas a mejorar estas dificultades, que se agrupan en seis modelos de modelos:

Generativos



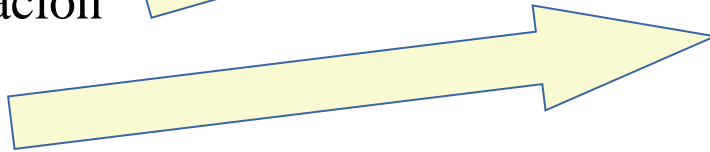
- falta de razonamiento y creatividad para generar ideas;

de Estructuración



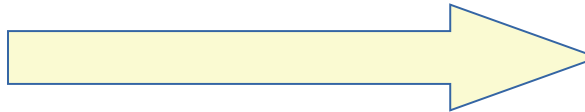
- falta de comprensión de la relación entre la pregunta y el enunciado;

de Enlaces



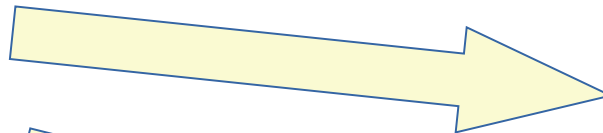
- falta de explicación entre la respuesta obtenida y la pregunta formulada;

de Transformación



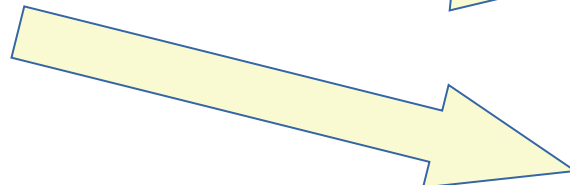
- falta de autocorrección y metacognición;

de Composición



- falta de análisis y síntesis;

de Interconexión.



- falta de relación entre situaciones de la vida real y el conocimiento matemático.

# **Metamodelos y modelos de situaciones problemáticas**

José Antonio Fernández Bravo

Modelos para resolver problemas matemáticos.

Edelvives 2014.



**Un metamodelo es un conjunto de clases de modelos de situaciones problemáticas diferentes, capaces de generar ideas válidas para resolver problemas.**

**Hay seis metamodelos:**

**GENERATIVOS:**

*Primeras situaciones. El número es algo secundario.*

**DE ESTRUCTURACIÓN:**

*Estructurar las partes: enunciado, pregunta, resolución, solución.*

**DE ENLACES:**

*Encontrar la concordancia lógica entre enunciado-pregunta-solución;*

**DE TRANSFORMACIÓN:**

*Atención a los elementos con que se representan las magnitudes que intervienen en las situaciones.*

**DE COMPOSICIÓN:**

*Ayudan a ver el problema como un todo. Emisión de juicios a partir de relaciones múltiples.*

**DE INTERCONEXIÓN:**

*Extensión de las ideas. Desarrollo de la originalidad, imaginación y creatividad.*

Dificultad: falta de razonamiento y creatividad para generar ideas;

## METAMODELOS GENERATIVOS

*Primeras situaciones, desarrollan confianza, ideas y pensamiento lógico, divergencia y flexibilidad. El número es algo secundario.*



# GENERATIVOS:

*Primeras situaciones, desarrollan confianza, ideas y pensamiento lógico, divergencia y flexibilidad. El número es algo secundario.*

## Informaciones

Una frase, una noticia, un cartel, un anuncio, de las que se puede deducir algo: clasificarlas en lógicas, no lógicas, posibles e imposibles

## Situaciones cualitativas

Se presenta un enunciado y una pregunta con sentido lógico pero incompleta. Se va completando en la medida que el alumno lo requiera.

## Situaciones sin número

Para llegar a la solución no hace falta hacer operaciones

## Problemas de lógica

Usando la deducción, inducción o analogía.

## Enunciados abiertos

Con una información inventar una situación problemática en la que se utilice esa idea.

G1-3 Tenemos dos vasos y un barreño con agua. Echamos el agua de los vasos en el barreño. ¿Hay alguna manera de que se pueda distinguir que agua salió de cada vaso y el agua que había en el barreño?



Compré cuatro libros. Después compré un cuaderno que costaba un euro. ¿Cuánto me gasté?

(A medida que necesite información, se la voy dando)

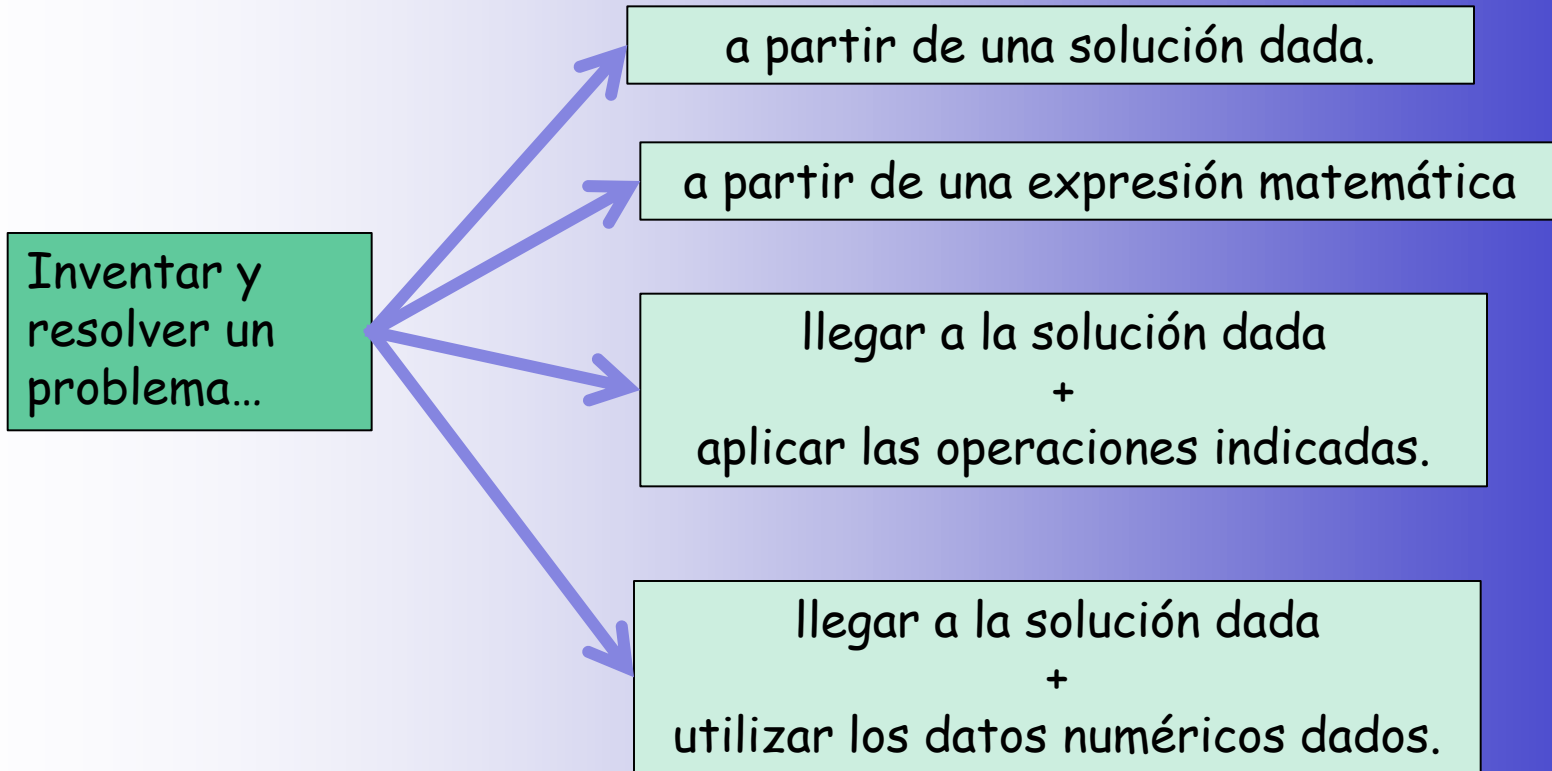
Dificultad: falta de comprensión de la relación entre la pregunta y el enunciado;

## METAMODELOS DE ESTRUCTURACIÓN

*Primeras situaciones, Ayudan a estructurar mentalmente las partes que componen un problema: enunciado, pregunta, resolución, solución.*

# DE ESTRUCTURACIÓN:

*Ayudan a estructurar mentalmente las partes que componen un problema: enunciado, pregunta, resolución, solución.*



Invéntate un problema cuya solución sea "150 euros"

Elige entre estos datos:

Precio = 400 euros.

Precio = 160 euros

Descuento = 50 euros

Precio = 390 euros

Precio = 530 euros

para inventarte un problema cuya solución sea:

Me gasté 640 euros entre el ordenador y la impresora.

Invéntate un problema que se resuelva con esta expresión:

*150 latas repartidas en seis neveras...*

Andrea, para resolver un problema, ha hecho estas dos operaciones:

*Primero*  $3 \times 50 = 150$

*Después*  $150 - 90 = 60$

**SOLUCIÓN: 60 €**

Escribe el texto completo del problema que tenía que resolver Andrea

## ¿Quién continúa el problema?

Problemas en equipo en los que cada miembro tiene sólo una parte del enunciado.

Hay que encontrar a los poseedores del resto del enunciado.

Después se juntan y resuelven el problema.



Dificultad: - falta de explicación entre la respuesta obtenida y la pregunta formulada

## METAMODELOS DE ENLACE

*Ayudan a encontrar la concordancia lógica entre enunciado-pregunta-solución; se trabaja con variables de relación entre las partes: variables sintácticas, lógicas, matemáticas, creencias sociales, experiencias propias.*



## DE ENLACES:

*Ayudan a encontrar la concordancia lógica entre enunciado-pregunta-solución; se trabaja con variables de relación entre las partes: variables sintácticas, lógicas, matemáticas, creencias sociales, experiencias propias.*

Expresar preguntas  
a partir de...

un enunciado dado

un enunciado  
+ una operación

Un enunciado  
+ una expresión mat.

Un enunciado  
+ la solución.

Una tortuga come tres veces al día.

Inventa una pregunta cuya respuesta sea NOVENTA.

Inventa una pregunta cuya respuesta sea CINCO.

Inventa una pregunta cuya respuesta sea 1095

# Más DE ENLACES:

Inventar un enunciado...

Dada la pregunta

Dada la pregunta  
+ la solución

Dada la pregunta  
+ la operación

Dada la pregunta  
+ el proceso de resolución

Dada la pregunta  
+ la solución  
+ los datos

Dadas varias preguntas

Dadas varias preguntas  
+ varias operaciones

Dadas varias preguntas  
+ varias soluciones

Usando todos los datos /  
usando algunos datos

Inventa un enunciado (uno sólo) para un problema que tiene estas dos preguntas:

¿Cuántos autobuses de 50 plazas se llenarán?

¿Cuántas personas irán en el último autobús?

Y que se resuelve haciendo una *división*

Escaparates:

Proponemos a los alumnos introducirlos en un contexto real, una situación o «escaparate».

A partir de ahí les sugerimos que inventen preguntas de diferentes tipos.



Un agricultor



Cajas de 100 Kg  
para meter las manzanas



un camión

1000 kilos de manzanas golden



Precio: 2 euros el kilo

2000 kg. de  
manzanas reineta.

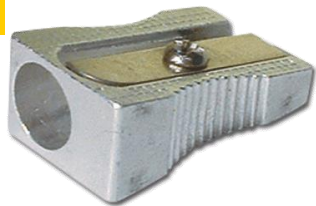


Inventa una pregunta...

...cuya respuesta sea TRES MIL.  
...que se conteste en euros.  
...que ya esté respondida.  
... sea imposible de contestar.

...que se resuelva sin hacer cuentas.  
... que se resuelva con un nombre propio.  
...cuya respuesta sea 200

2 €



3 €



1 €



4 €



5 €



6 €



1 €



2 €



1 €





Puede llevar 1200 contenedores



Pesa 30.000 Kg



Pesa 30 Kg



Caben dentro 6 impresoras



# Todo para el transporte "Márchese y no vuelva"



**Pasaporte**  
15 €



**Piragua**  
137 €



**Contenedor**  
420 €



**Mini-coche**  
¿? €



**Billete de avión**  
85 €



**Ala Delta**  
225 €



**Bicicleta de montaña**  
583 €



**Carnet de conducir**  
340 €



**Patinete**  
50 €



**Taxi Playmobil**  
27 €



**Maleta**  
50 €



**Señal "Peligro, tontaco"**  
95 €



**Billete de tren**  
44 €

Inventa el texto de un problema que hable de de un pastor, de la venta de sus ovejas y del lobo, y que se resuelva con estas operaciones y tenga esta solución:

$$300 - 20 = 280$$

$$280 \times 50 = 14.000$$

SOLUCIÓN: 14.000 €

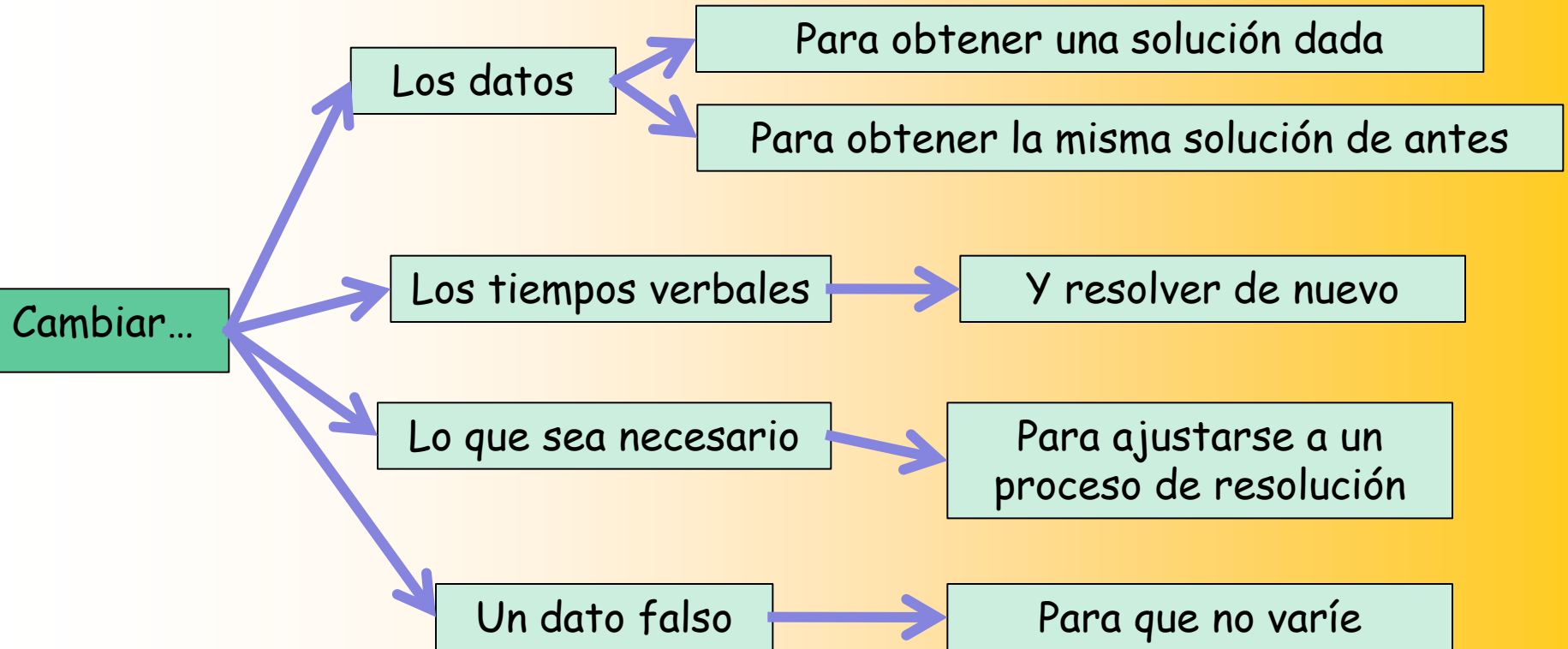
Dificultad: - falta de autocorrección y metacognición;

## METAMODELOS DE TRANSFORMACIÓN

*Diversidad de enfoques y pluralidad de alternativas. Atención a los elementos con que se representan las magnitudes que intervienen en las situaciones.*

# DE TRANSFORMACIÓN:

*Diversidad de enfoques y pluralidad de alternativas. Atención a los elementos con que se representan las magnitudes que intervienen en las situaciones.*



# Problemas que van cambiando.

Un cartón contiene el enunciado de un problema, con huecos que se pueden rellenar mediante cartoncitos ya elaborados.

Puede ser ficha fotocopiada, para recortar.

Puede estar en la pizarra digital, para arrastrar.

Mi amigo Juan es muy listo. Tiene una caja grande con [redacted]. Un día vino a casa su amiga Irene y Juan le regaló [redacted].

¿Qué tiene ahora?



30 chuches

14 juegos

9 coches

26 juegos

12 coches

10 chuches

Un  consume  litros de gasolina cada 100 km.

Tiene que viajar de *Móstoles* a ,  
y hay  km de distancia.

¿Cuánta gasolina gastará?

ciclomotor

6

15

coche

200

Madrid

Cuenca

150

autobús

Segovia

7,5

**T1-2** Resuelve el problema y, posteriormente, cambia los datos del enunciado que consideres necesarios para obtener la solución que te propongo.

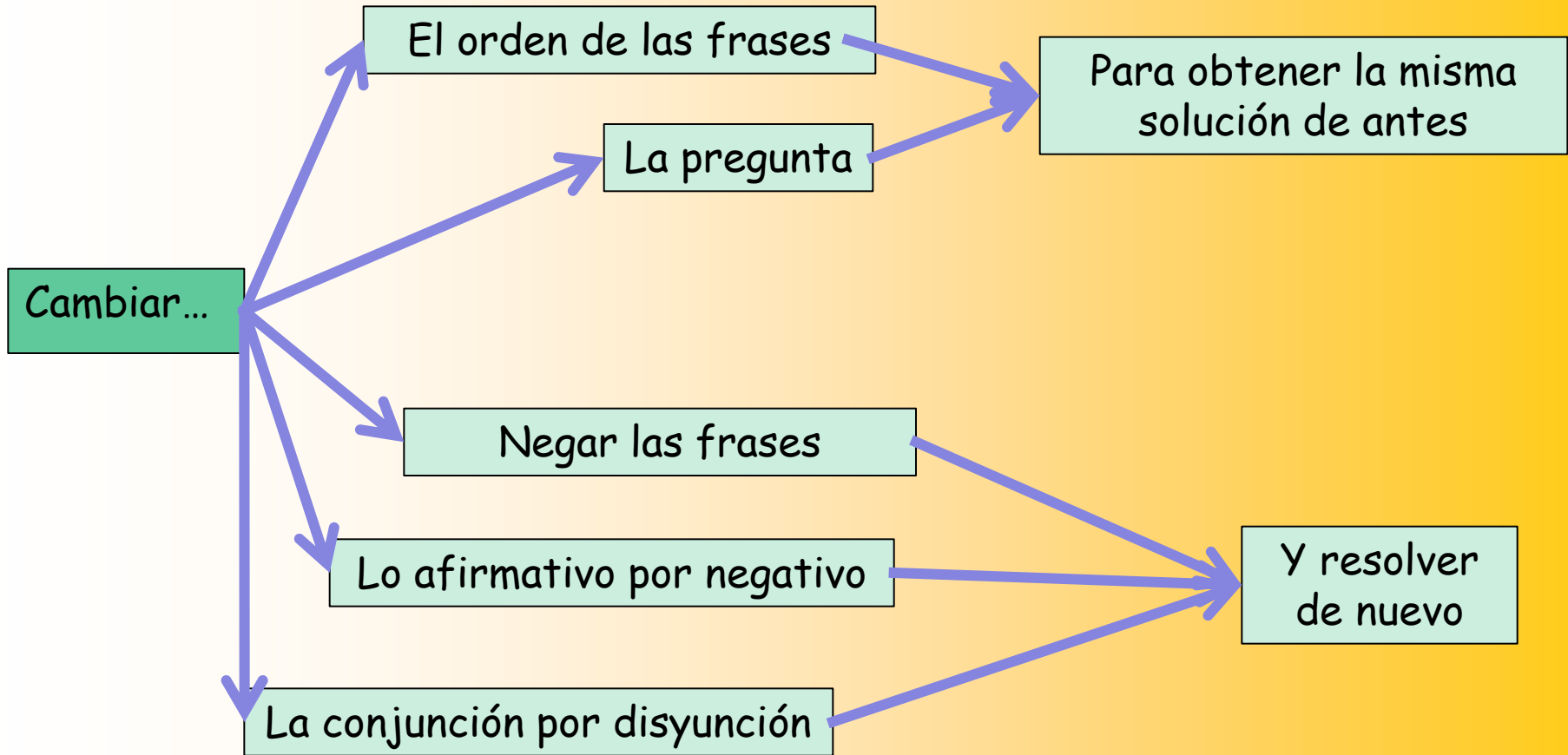


En unos almacenes están de rebajas. Un frigorífico que cuesta 498 € está rebajado a 405 €, y un lavavajillas de 389 € está rebajado 56 €. ¿Cuánto dinero se ahorra una persona que compra estos dos artículos?

¿Qué datos podrías cambiar del enunciado para que la respuesta a la pregunta del problema fuese 105 €?



# Más de TRANSFORMACIÓN:



1. Resuelve.
2. Cambia lo afirmativo por negativo y lo negativo por afirmativo
3. Vuelve a resolver.

En el mercado central he comprado cuatro sacos de 6 kilos de naranjas, a 0,40 € el kilo. Después he estado mirando y no he comprado los seis melones de oferta, que costaban un euro cada uno.

¿Cuánto he gastado?

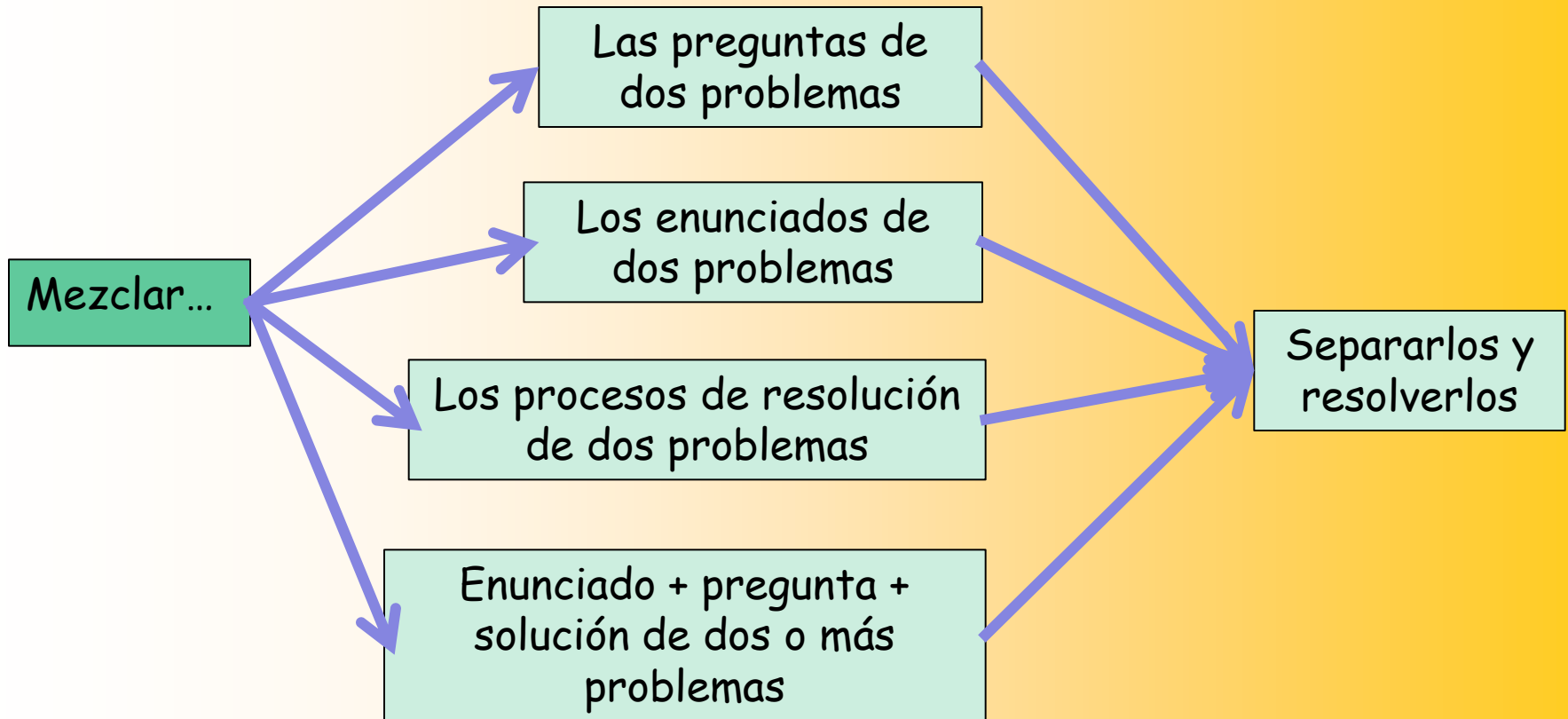
1. Coloca los datos en su sitio, porque todos están mal colocados.
2. Resuelve.

*Hemos ido de excursión en 45 autobuses.*

*Después de 80 horas de viaje hicimos una parada de 3 minutos y luego continuamos el viaje hasta la granja, que estaba a 2 km del cole.*

*¿Cuánto ha durado el viaje?*

# Más de TRANSFORMACIÓN:



## ENCAJAR PROBLEMAS CON SU SOLUCIÓN

Este problema corresponde con una expresión matemática. ¿Cuál?

Tengo un huerto con cincuenta olivos. Este año he recogido 3250 kilos de aceitunas. ¿Cuántos kilos salen de cada árbol?

$$\text{SOLUC1} = 3250 : 50$$

$$\text{SOLUC2} = 3250 \times 50$$

Andrea compra un melón de tres kilos y medio. El precio es 1,20 euros/kilo. ¿Cuánto le cuesta?

Un pantalón de pana cuesta 33 €. Un pantalón vaquero cuesta 12 € más. ¿Cuánto pagaré por los dos pantalones?

$$\text{SOLUC 1} = 33 + (33+12)$$

$$\text{SOLUC 2} = 3,5 \times 1,2$$

$$\text{SOLUC 3} = 1,20 + 3,5$$

$$\text{SOLUC 4} = (33+12) \times 2$$

He comprado 6 kilos de naranjas. He pagado con un billete de 5 €. Cada kilo de naranjas cuesta 80 céntimos. ¿Cuánto dinero me devolverán?

SOLUC1

$$(6 \times 0,80) = 4,80.$$

$$5 - 4,80 = 0,20 \text{ euros.}$$

SOLUC2

$$6 \times 5 = 30.$$

$$30 - 0,80 = 29,20 \text{ euros.}$$



**T7-1** Te doy tres enunciados, tres preguntas y tres operaciones que resuelven cada problema. Tu trabajo consiste en relacionar cada enunciado con su pregunta y con las operaciones que resuelven cada problema.



- ✓ En un multicines hay 4 salas de proyecciones. Cada sala tiene una capacidad de 80 espectadores.
- ✓ En un cine con capacidad para 467 personas aún quedan 83 butacas sin vender.
- ✓ En la sesión matinal de un multicines asistieron 75 espectadores a la primera sala, 63 a la segunda y 58 a la tercera.
- ¿Cuántas butacas se han vendido hasta ahora?
- ¿Cuántos espectadores asistieron, entre las 3 salas, por la mañana?
- ¿Cuántos espectadores caben entre las 4 salas?
- ☑  $75 + 63 + 58 =$
- ☑  $80 \times 4 =$
- ☑  $467 - 83 =$

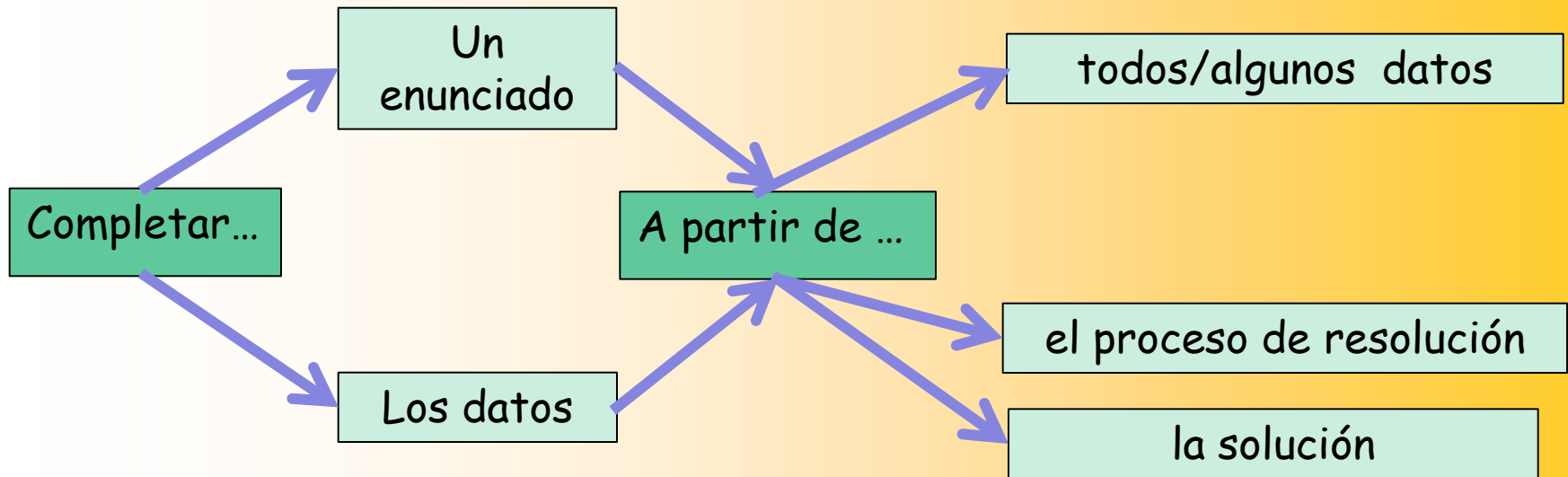
Dificultad: - falta de análisis y síntesis;

## METAMODELOS DE COMPOSICIÓN

*Ayudan a ver el problema como un todo. Emisión de juicios a partir de relaciones múltiples.*

## DE COMPOSICIÓN:

*Ayudan a ver el problema como un todo. Emisión de juicios a partir de relaciones múltiples.*





Coloca los datos que faltan, teniendo en cuenta cómo está resuelto el problema:

En la Vuelta 2015 han participado \_\_\_\_\_ equipos ciclistas, cada uno de ellos con \_\_\_\_\_ corredores.

Durante los 21 días de carrera, se retiraron lesionados \_\_\_\_\_ ciclistas. ¿Cuántos terminaron la carrera?

$$192 - 41 = 151$$

$$16 \times 12 = 192$$

Dificultad: - falta de relación entre situaciones de la vida real y el conocimiento matemático.

## METAMODELOS DE INTERCONEXIÓN

*Extensión de las ideas. Desarrollo de la originalidad, imaginación y creatividad..*

# DE INTERCONEXIÓN:

*Extensión de las ideas. Desarrollo de la originalidad, imaginación y creatividad.*

Inventar un problema...

Con un vocabulario dado

Con un vocabulario dado + las operaciones

Con un vocabulario dado + la solución

Resolver un problema...

Completo, con solución única, sin solución, con varias soluciones...

Consultando la documentación adecuada para obtener los datos

Presentado de forma diferente: poesía, caligrama, tabla, cuento...

Inventa un problema que se resuelva con DOS RESTAS y que hable de gatos enfermos

Inventa un problema.

En el enunciado tienen que estar estas palabras:

- - - *Menos que* - - - *ordenador* - - - *hucha* - - -

En la pregunta tienen que estar estas palabras:

- - - *necesito* - - - *dos* - - -

# Necesitamos dibujar unos enormes aros olímpicos en el patio...

Cinco aros de cuatro metros de radio (ocho de diámetro)

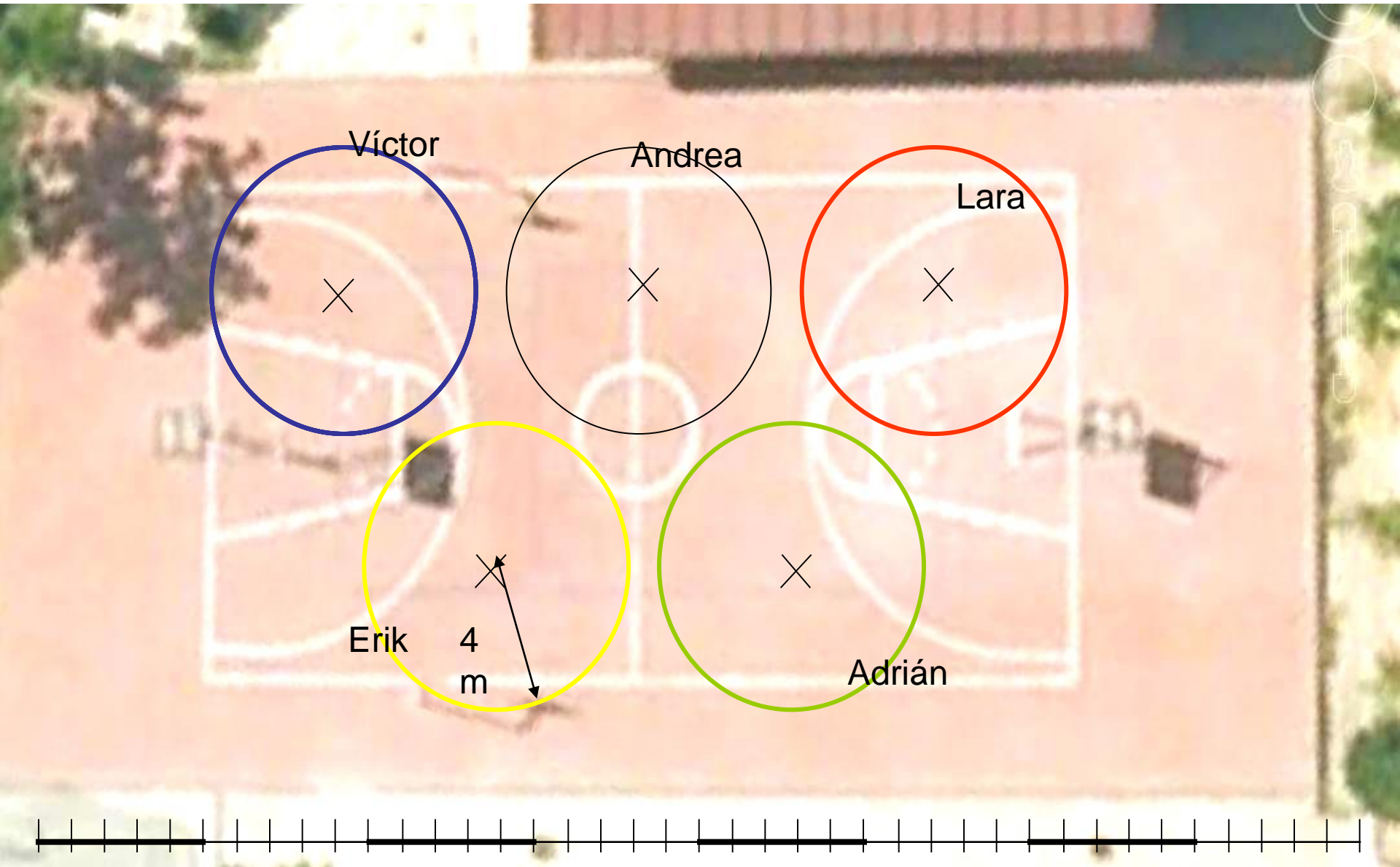
Con tiza azul, negra, roja, amarillo y verde

Usaremos una cuerda como compás

NO hay que colocarlos como los de verdad, sino separados



## ¿Cómo nos organizamos?



Víctor

Andrea

Lara

Erik

4  
m

Adrián







El CEIP Ignacio Halcón, de Lebrija, tiene un desarrollo excelente de los metamodelos de F. Bravo ( y muchas cosas más):

<http://www.calameo.com/read/0005125770a60741f0ee0>

## Generativos

*Primeras situaciones. El número es algo secundario.*

## de Estructuración

*Estructurar las partes: enunciado, pregunta, resolución, solución.*

## de Enlaces

*concordancia lógica entre enunciado-pregunta-solución;*

## de Transformación

*Atención a los elementos con que se representan las magnitudes que intervienen en las situaciones.*

## de Composición

*Ayudan a ver el problema como un todo. Emisión de juicios a partir de relaciones múltiples*

## de Interconexión.

*Extensión de las ideas. Desarrollo de la originalidad, imaginación y creatividad.*

- falta de razonamiento y creatividad para generar ideas;

- falta de comprensión de la relación entre la pregunta y el enunciado;

- falta de explicación entre la respuesta obtenida y la pregunta formulada;

- falta de autocorrección y metacognición;

- falta de análisis y síntesis;

- falta de relación entre situaciones de la vida real y el conocimiento matemático.