

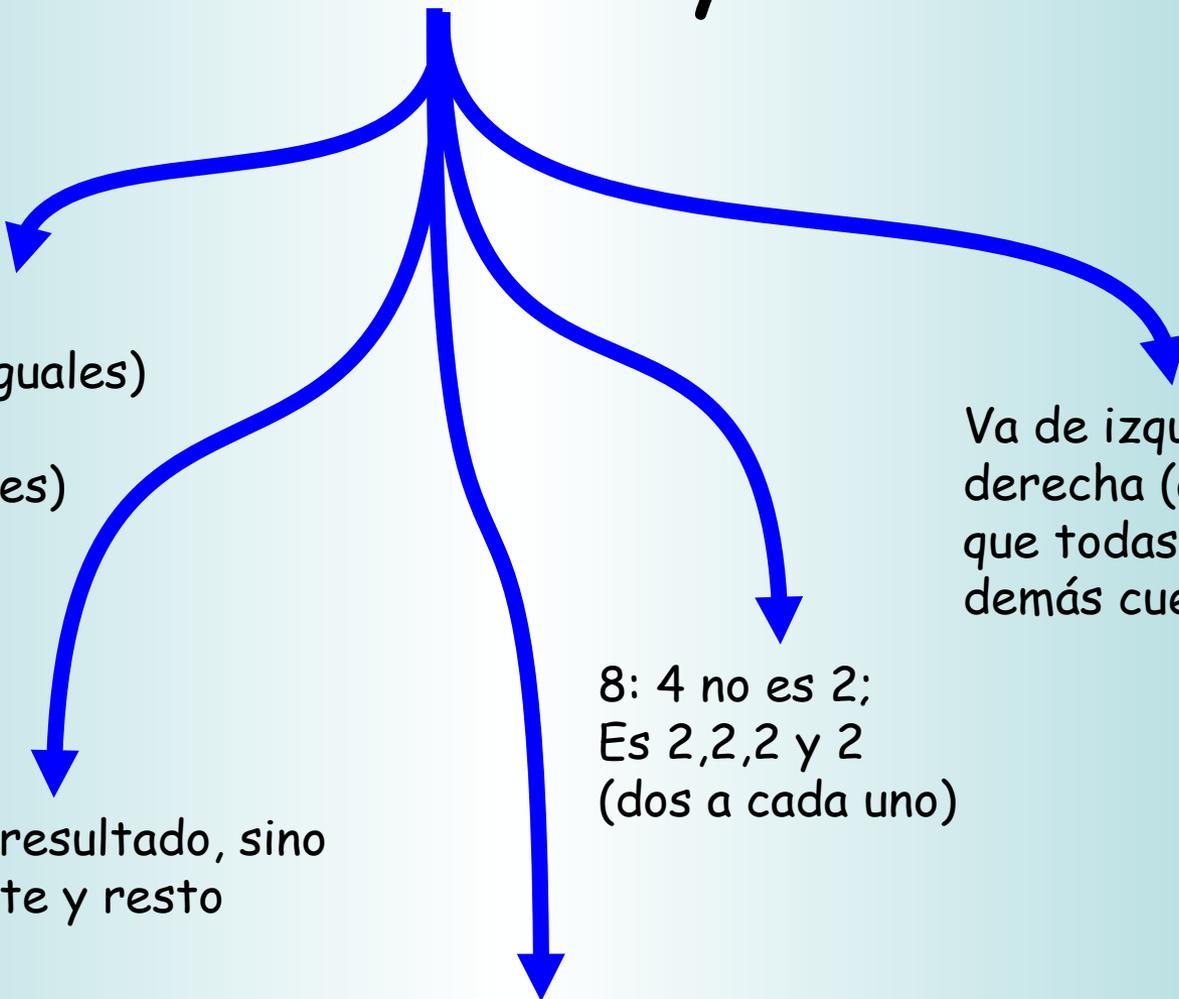
# La división

Handwritten long division of 965 by 5:

$$\begin{array}{r} 193 \\ 5 \overline{) 965} \\ \underline{-5} \phantom{0} \\ 46 \phantom{0} \\ \underline{-45} \phantom{0} \\ 15 \\ 15 \end{array}$$

The quotient is 193 and the remainder is 15. A red arrow points from the remainder 15 to the equation  $3 \times 5 = 15$ .

# La división es muy difícil



No es lo mismo  
dividir (partes iguales)  
que repartir  
(partes desiguales)

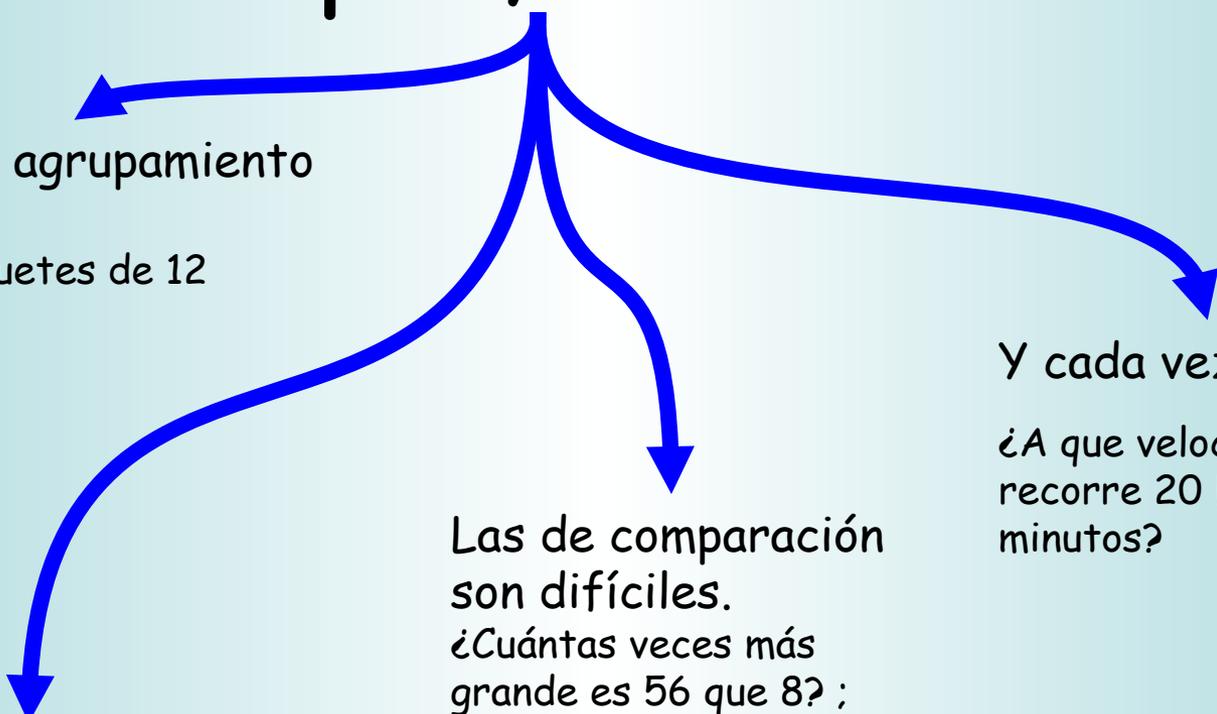
No sale un resultado, sino  
dos: cociente y resto

8: 4 no es 2;  
Es 2,2,2 y 2  
(dos a cada uno)

A veces 7:2 no son tres,  
sino cuatro

Va de izquierda a  
derecha (al revés  
que todas las  
demás cuentas)

# El concepto, también.



La división de agrupamiento  
es sencilla:  
60 folios en paquetes de 12

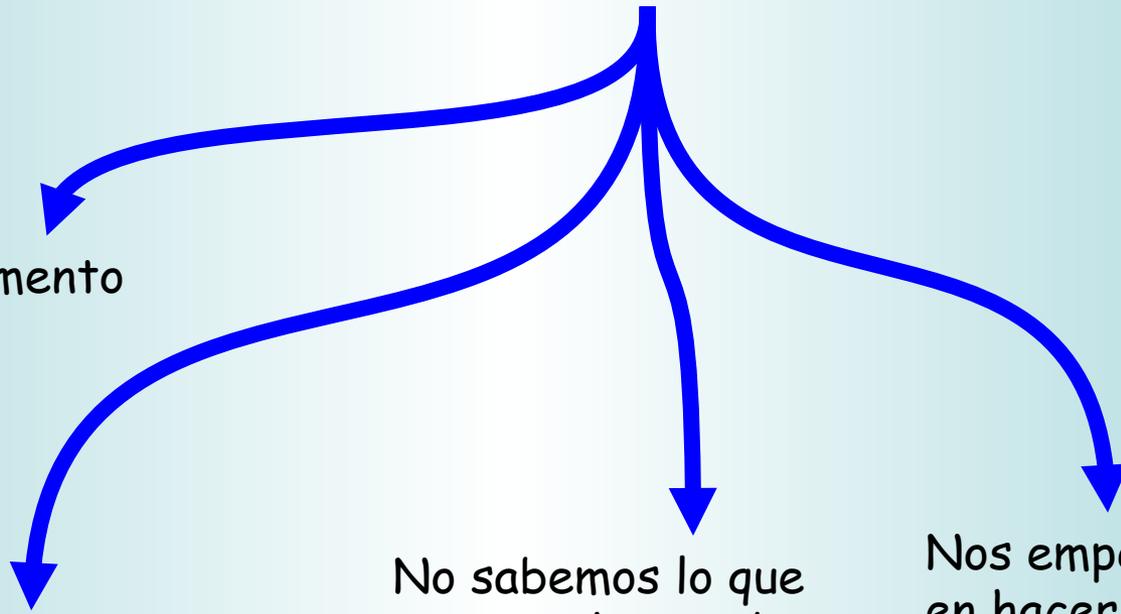
Las de comparación  
son difíciles.  
¿Cuántas veces más  
grande es 56 que 8? ;

La de partición no tanto.  
Con 60 folios hago 5 paquetes.

Y cada vez más:

¿A que velocidad va si  
recorre 20 km en 50  
minutos?

# La cuenta tradicional



Tiene un reglamento complicadísimo

Va de izquierda a derecha (al revés que todas las demás cuentas)

No sabemos lo que estamos haciendo

Nos empeñamos en hacerla lo más difícil posible.

Siete por ochocincuentayseis, asentaycuatro ocho, y mellevo seis

Siete por ochocincuenta y seis  
aseenta y tres siete y melleve seis  
siete por tresveintiuno y seisveint  
isietea veintinuevedos

2	9	3	4		3	8
	2	7			7	

¿De verdad que esto tiene que ser así?

# SECUENCIA TRADICIONAL PARA ENSEÑAR LA DIVISIÓN

Directa de la tabla  $45:9$

Cocientes exactos  $696:3$

Último cociente inexacto  $843:2$  Aparece el resto

Restos parciales  $834:2$  Queda un resto 1, que se junta con el 4 que «baja»

Primer número del dividendo menor que el divisor  $166:4$  No cabe el uno, «cojo»16

Cero al cociente... ... y se baja la cifra siguiente

Cero al cociente al final ... el que siempre se olvida

Ceros intermedios...

Y el reglamento se irá complicando



Decimales en el dividendo....

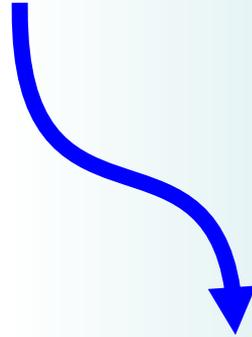
Decimales en el divisor....



División de horas y minutos....

División de polinomios...

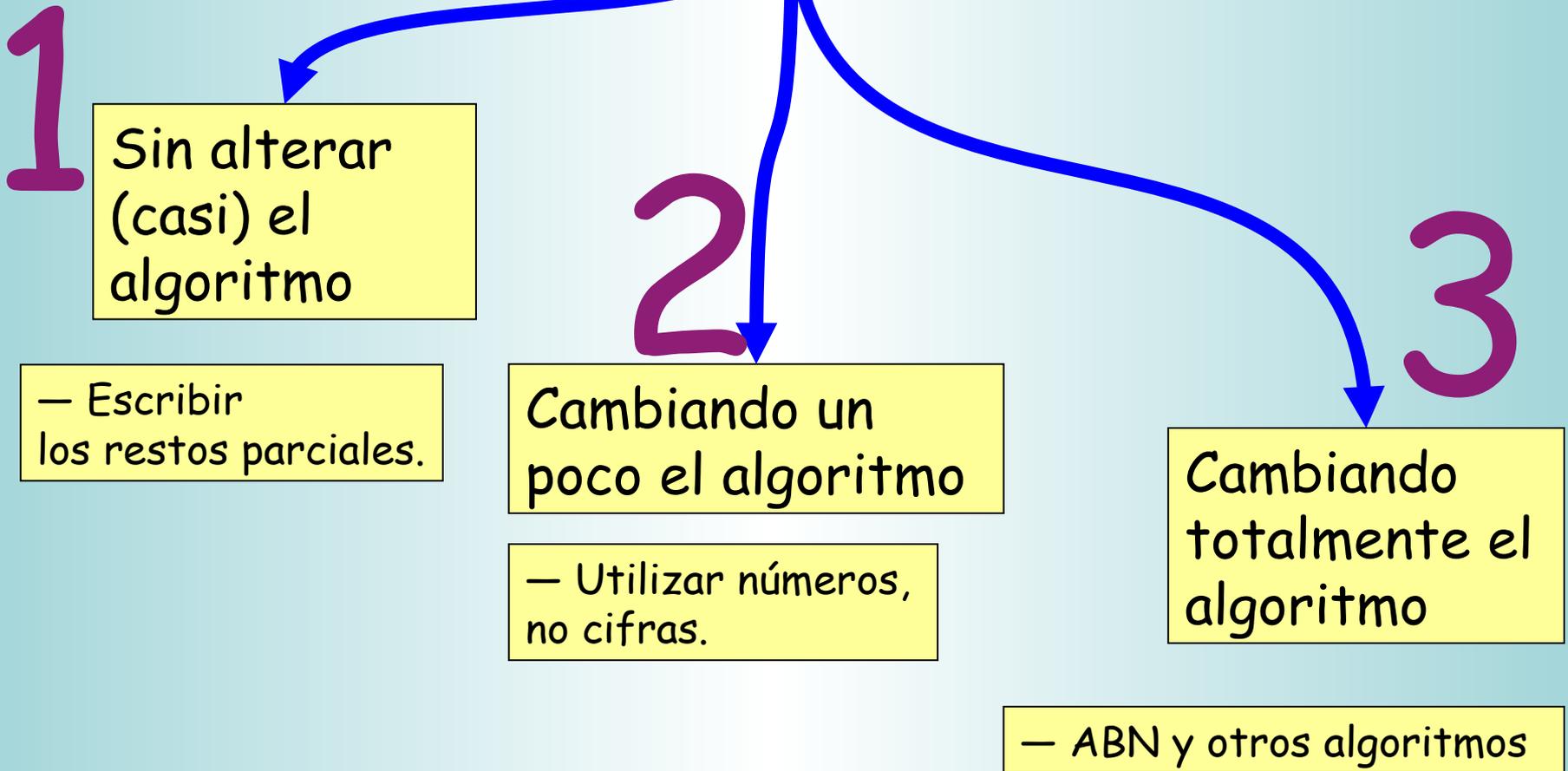
Menos mal que llega un día  
(allá por segundo o tercero  
de la ESO) en el que les  
dejamos coger una calcu.



Y ya jamás volverán a hacer  
una división.

Nunca. Jamás en la vida.

# ¿Cómo resolver las dificultades que surgen en el algoritmo de la división?



# ESCRIBIR LOS RESTOS PARCIALES

1

$$\begin{array}{r} 8 \quad 7 \quad 5 \quad 2 \\ -8 \\ \hline 0 \quad 7 \end{array}$$
  
$$\begin{array}{r} -6 \\ \hline 1 \quad 5 \\ -1 \quad 4 \\ \hline 1 \end{array}$$

Menos memoria,  
más control

Ya los quitarán ellos  
(si llega el caso)

En TODO  
el planeta  
se hace así

Es básico,  
fundamental,  
inexcusable.

# Comparemos: ¿cuánto más se tarda?

$$\begin{array}{r} 9 \quad 1 \quad 6 \quad 8 \quad | \quad 8 \\ -8 \\ \hline 1 \quad 1 \\ \\ -8 \\ \hline 3 \quad 6 \\ \\ -3 \quad 2 \\ \hline 4 \quad 8 \\ \\ -4 \quad 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \quad 1 \quad 6 \quad 8 \quad | \quad 8 \\ 1 \quad 1 \quad \quad \quad | \quad 1 \quad 1 \quad 4 \quad 6 \\ \\ 3 \quad 6 \\ \\ 0 \quad 4 \quad 8 \\ \\ 0 \quad 0 \end{array}$$

¿Cuánto más sencillo resulta?

Sin embargo, seguimos diciendo  
nueve entre ocho a una,  
cuando en realidad son  
9000 entre 8 y tocan a 1000

9	1	6	8	8
1	1			1 1 4 6
	3	6		
	0	4	8	
		0	0	

# DIVIDENDO Y COCIENTE COMO NÚMEROS, NO COMO CIFRAS

2

Ya estamos dividiendo con números y no con cifras

Necesitan saberse la tabla expandida

$$\begin{array}{r} 8 \quad 7 \quad 5 \\ \hline 8 \quad 0 \quad 0 \\ 0 \quad 7 \quad 5 \\ \hline \quad 6 \quad 0 \\ \hline \quad 1 \quad 5 \\ \hline \quad -1 \quad 4 \\ \hline \quad \quad 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 4 \quad 0 \quad 0 \\ \quad 3 \quad 0 \\ \quad \quad 7 \\ 4 \quad 3 \quad 7 \end{array}$$

# DIVIDENDO Y COCIENTE COMO NÚMEROS, NO COMO CIFRAS

M	C	D	U	D	U
3	8	7	5	2	4
-2	4	0	0	1	0 0
1	4	7	5		
-1	4	4	0		6 0
		3	5		
		-2	4		1
1	1			1	6 1

Se puede ir más rápido o más despacio, según se domine la tabla expandida

Y si no sale en  
 $100 + 60 + 1$   
 Puede salir en  
 $100 + 20 + 20 + 20 + 1$

¿Que tenemos prisa?  
 Pues cogemos una calculadora

# Comparemos: ¿es muy diferente?

9	1	6	8	8				
-8	0	0	0		1	0	0	0
1	1	6	8					
-8	0	0			1	0	0	
3	6	8						
-3	2	0			4	0		
	4	8						
-4	8						6	
	0				1	1	4	6

9	1	6	8	8				
1	1				1	1	4	6
		3	6					
		0	4	8				
			0	0				

Desde el primer momento sabemos que van a salir "mil y pico". En eso consiste dividir.

3

ABN  
PARA  
DIVIDIR

# ABN

Esta es la división

$$9168 : 8$$

Dividendo

Dividendo  
resultante

Cocientes  
parciales

Repartido

Resto parcial


# ABN

Esta es la división

$$9168 : 8$$

Dividendo	Dividendo resultante	Cocientes parciales	Repartido	Resto parcial
8000				
1000				
160				
8				

Descompone el dividendo  
(como quiera)

# ABN

$$9168 : 8$$

Dividendo	Dividendo resultante	Cocientes parciales	Repartido	Resto parcial
8000		1000	8000	
1000				
160				
8				

# ABN

$$9168 : 8$$

Dividendo	Dividendo resultante	Cocientes parciales	Repartido	Resto parcial
8000		1000	8000	
1000		100	800	200
160				
8				

# ABN

$$9168 : 8$$

Dividendo	Dividendo resultante	Cocientes parciales	Repartido	Resto parcial
8000		1000	8000	
1000		100	800	200
160	360	40		
8				

# ABN

$$9168 : 8$$

Dividendo	Dividendo resultante	Cocientes parciales	Repartido	Resto parcial
8000		1000	8000	
1000		100	800	200
160	360	40	320	40
8				

# ABN

$$9168 : 8$$

Dividendo	Dividendo resultante	Cocientes parciales	Repartido	Resto parcial
8000		1000	8000	
1000		100	800	200
160	360	40	320	40
8	48	6		

# ABN

$$9168 : 8$$

Dividendo	Dividendo resultante	Cocientes parciales	Repartido	Resto parcial
8000		1000	8000	
1000		100	800	200
160	360	40	320	40
8	48	6		
		<b>1146</b>		

¡Ya!

# Comparemos: ¿es tan diferente como parece?

Dividendo	Dividen resultan	Cocient parciales	Repart	Resto parcial
8000		1000	8000	
1000		100	800	200
160	360	40	320	40
8	48	6		
		<b>1146</b>		

9	1	6	8	8
1	1			1 1 4 6
	3	6		
	0	4	8	
		0	0	